

SOLUCIÓN A LA ANOMALÍA DE VUELO DE LAS SONDAS ESPACIALES CUANDO INTERACTÚAN CON UN PLANETA

ENSAYO: ENERGÍA Y MOVIMIENTO GRAVITACIONAL – Junio 6 de 2011

Ms. Dario Sanabria C.

Abstract.

El comportamiento físico de un satélite que viaja por el espacio a ciertas velocidades generando unas trayectorias hiperbólicas, parabólicas y elípticas correspondientes al efecto de los campos gravitacionales de cuerpos masivos, muestran una distribución de energía en equilibrio desde el punto de vista de la energía cinética y potencial. Experimentalmente para el caso de las sondas enviadas por la NASA, sus datos recopilados indican un comportamiento de desfase entre las trayectorias de entrada y salida cuando orbitan un planeta. Este efecto gravitacional se ha considerado como anomalía de vuelo de la sonda Pioneer y continua sin explicación y siendo un misterio!. Dicha anomalía viene expresada por la fórmula empírica:

$$\left(\frac{\Delta v}{v}\right)_{\infty} = \left(\frac{\Delta E}{2E}\right)_{\infty} = \frac{2wR}{c} (\cos\theta_i - \cos\theta_f)$$

$$\frac{2wR}{c} = 3,099 \times 10^{-6}$$

Como prueba experimental, para las sondas Galileo, Cassini, Rosetta y NEAR (asteroide), muestran unos cambios en la energía final e inicial al pasar por el planeta Tierra representados por el cambio de dirección en la órbita y por el cambio de velocidad, Por Ej: para Galileo, el cambio de velocidad en la asíntota final es de alrededor de $4,13 \pm 0,3 \text{ mm/seg}$ respecto a su asíntota inicial a una altura aproximada de 2000 km..

1. DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA Y MASA

La función característica de la energía cinética y potencial para un sistema, corresponde a la formulación:

$$E = E_k + E_p \quad (1)$$

De donde m representa la masa del satélite en movimiento bajo el efecto de un campo gravitacional ejercido por un cuerpo masivo de masa M y de radio R , el cual configura una relación aditiva de energía en función de la velocidad del satélite:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{mGM}{R} \quad (2)$$

Cuando el sistema alcance la velocidad de escape $v = v_e$ en un tiempo determinado se mantiene el equilibrio entre la energía cinética y la energía potencial del campo gravitacional del planeta sobre el satélite, es decir disminuimos la inyección de energía al sistema para mantener una velocidad constante. Entonces el satélite puede ir al infinito.

Si, consideramos que un cuerpo se aproxima al planeta desde el infinito a una velocidad cercana a la velocidad de la luz, el cuerpo ganara tanta energía cinética y potencial, que una vez pase el eje de simetría del planeta y se aleje, el cuerpo iniciara a perder energía potencial hasta restablecer su características iniciales formando una trayectoria de tipo hiperbólica. Para que el comportamiento sea representativo a su máxima velocidad lo expresaremos en función de la velocidad de la luz:

$$E = \frac{1}{2}mc^2 - \frac{mGM}{R} \quad (3)$$

De esta forma garantizamos que la curva de energía total del satélite no se vea afectado por el efecto gravitacional del Sistema Solar ocluido dentro del campo gravitacional de la Vía Láctea. Para ello consideramos un sistema aislado donde la afectación gravitacional por distribución de masa de toda la galaxia sea mínima sobre la sonda para simplificar el análisis. Continuando tenemos:

$$c = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{c}{t}$$

$$F = ma = \frac{GMm}{R^2}$$

$$E = \frac{1}{2}mc^2 - \frac{mRc^2}{ct}$$

$$E = mc^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{ct} \right)$$

El satélite pasara sobre la tierra a cierta altura y luego se encontrara a una altura h , entonces la ecuación queda:

$$\frac{E}{mc^2} = \frac{1}{2} - \frac{R+h}{ct} = \left(\frac{1}{2} - \frac{v}{c} \right) \quad (4)$$

De donde la velocidad v de la sonda, tiene un vector unitario direccional al centro del planeta, obsérvese que si la velocidad de la sonda es $2v = c$, la energía cinética es igual a la energía potencial, por consiguiente el sistema queda en equilibrio con un comportamiento $\Delta E = 0$.

Expresando en términos de la asíntota de entrada y salida para los dos puntos:

$$\frac{E_i}{m_i c^2} = \frac{1}{2} + \frac{R+h_i}{ct_i} \quad (5)$$

$$\frac{E_f}{m_f c^2} = \frac{1}{2} - \frac{R+h_f}{ct_f} \quad (6)$$

$$\frac{E_i}{m_i c^2} - \frac{R+h_i}{ct_i} = \frac{E_f}{m_f c^2} + \frac{R+h_f}{ct_f} \quad (7)$$

Utilizando el principio de conservación de la energía para el punto inicial y final de análisis, puntos de igual energía:

$$\frac{E_i}{m_i c^2} - \frac{E_f}{m_f c^2} = \frac{R+h_i}{ct_i} + \frac{R+h_f}{ct_f}$$

$$\frac{R+h_f}{t_f} = \frac{R+h_i}{t_i} \quad (8)$$

$$\frac{E_i}{m_i c^2} - \frac{E_f}{m_f c^2} = 2 \left(\frac{R+h}{ct} \right) \quad (9)$$

$$v = \frac{R+h}{t}$$

$$\frac{E_i}{m_i c^2} - \frac{E_f}{m_f c^2} = \frac{2v}{c} \quad (10)$$

Retomando los parámetros terrestres, frecuencia, periodo y velocidad angular, obtenemos:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = wR$$

Pasando a la ecuación de energía en términos de parámetros terrestres,

$$\frac{E_i}{m_i c^2} - \frac{E_f}{m_f c^2} = \frac{2wR}{c} \quad (11)$$

Considerando la masa del satélite en reposo en las fronteras del infinito:

$$\left(\frac{E_i - E_f}{2E} \right)_{\infty} = \frac{2wR}{c}$$

$$\left(\frac{\Delta E_{if}}{2E} \right)_{\infty} = \frac{2wR}{c} \quad (12)$$

Si utilizamos el equilibrio de energía entre los dos puntos de análisis, sobre la componente de velocidad en la dirección del eje de simetría de la hipérbola ($E \geq 0$), entonces podemos proyectar la componente de la velocidad de entrada y la componente de velocidad de salida en el punto tangente a partir de un punto "A" que es el intersección de las asíntotas y es externo a la trayectoria, el punto está ubicado sobre el eje de simetría de la hipérbola. Entonces el ángulo que forma la velocidad de entrada es θ_i , y el ángulo de salida es θ_f , como se indica en la Figura 1. La energía proyectada en dirección vectorial a las asíntotas es:

$$E_i \cos \theta_i - E_f \cos \theta_f = \Delta E_{if} \quad (13)$$

El equilibrio en función de la velocidad de entrada y salida, es:

$$v_i \cos \theta_i - v_f \cos \theta_f = \Delta v_{if}$$

$$v_i = v_f$$

$$v_i \cos \theta_i - v_f \cos \theta_f = v(\cos \theta_i - \cos \theta_f) \quad (14)$$

Remplazando la ecuación 13 y 14 en la ecuación 10 y 12, en términos del cambio orbital, el nuevo equipotencial para el cambio de dirección es:

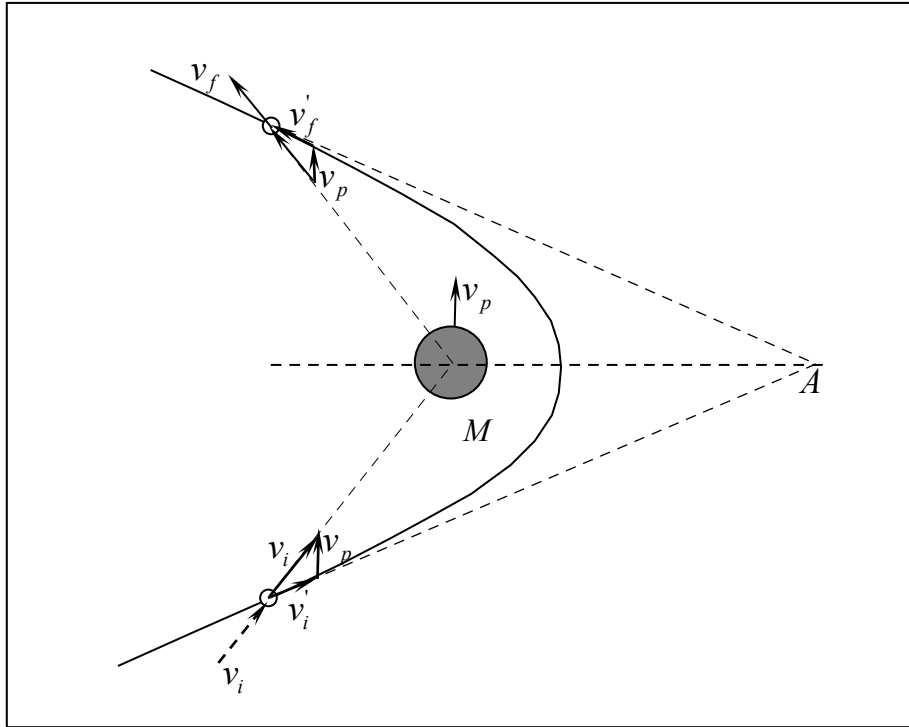


Figura 1. Movimiento hiperbólico de la sonda

$$\left(\frac{E_i \cos \theta_i - E_f \cos \theta_f}{2E} \right)_{\infty} = \frac{2wR}{c} (\cos \theta_i - \cos \theta_f) \quad (15)$$

La ecuación 15, la podemos transformar como la ecuación buscada objeto de estudio:

$$\left(\frac{\Delta E_{if}}{2E} \right)_{\infty} = \frac{2wR}{c} (\cos \theta_i - \cos \theta_f) \quad (16)$$

Si, el cambio de energía es $\Delta E = 0$ implica relacionar la velocidad de la trayectoria en dirección a su tangente y compensación de fuerzas, entonces la ecuación de la energía la podemos transformar:

$$\frac{2E}{mv^2} = 1 - \frac{v_e^2}{v^2} \quad (17)$$

$$v_e^2 = \frac{2GM}{R+h}$$

$$\text{Tan}(\beta) = \frac{v_e}{v} = 1$$

$$\beta = \pi/4 \quad (18)$$

La ecuación 17 y 18 para cuerpos a pequeñas velocidades, están minimizando la energía de la sonda para una trayectoria donde la composición de fuerzas se equilibran cuando se viaja a la velocidad de escape determinada para cada punto en el espacio, pero si $\beta \geq \pi/4$ se quema rápidamente el combustible para recuperar trayectoria, por que esta viajando con una velocidad menor a la velocidad de escape; y de igual forma, si $\beta \leq \pi/4$ se malgasta el combustible por que la sonda esta viajando a una velocidad mayor a la velocidad de escape, a no ser que se requiera (ver Figura 2).

La Figura 2, se intersecta el plano de color azul de la energía total con un plano de color fucsia a 45 grados, estableciendo una trayectoria de energía cero. De esta forma, en la medida que aumenta la velocidad de la sonda, aumenta la velocidad de escape. Para nuestro sistema solar el campo gravitacional va disminuyendo en la medida que nos alejamos al infinito, por consiguiente la velocidad de escape disminuye hasta anularse en el infinito.

Obsérvese que para una velocidad constante de 5 km/seg (la sonda se aleja), la energía requerida aumenta considerablemente a su pico más alto hasta cuando la sonda esta en el infinito donde la velocidad de escape es cero. Si, continúa a la misma velocidad, empieza a perder tanta energía siendo atraída por el campo gravitacional (velocidad de escape negativa) hasta llegar nuevamente al punto de inicio.

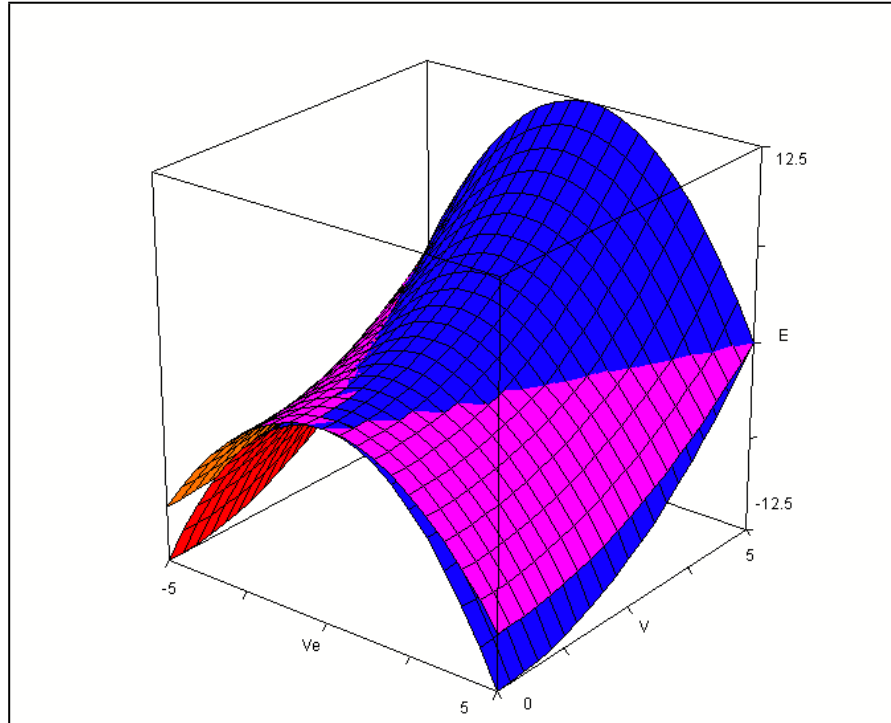


Figura 2. Curva de energía cero en función de la velocidad de la sonda y la velocidad de escape

Retomando la Figura 1, el comportamiento de la energía también la podemos expresar en términos del campo gravitacional en función de la velocidad de escape en cada punto:

$$v_i \cos \theta_i + v_{ei} \cos \theta_i = v_f \cos \theta_f - v_{ef} \cos \theta_f$$

$$v_i \cos \theta_i - v_f \cos \theta_f = -v_{ei} \cos \theta_i - v_{ef} \cos \theta_f$$

$$\left(\cos \theta_i - \cos \theta_f \right) = -\frac{v_e}{v} \left(\cos \theta_i + \cos \theta_f \right) \quad (19)$$

$$\left(1 + \frac{v_e}{v} \right) \cos \theta_i - \left(1 - \frac{v_e}{v} \right) \cos \theta_f = 0 \quad (20)$$

$$a = \left(1 + \frac{v_e}{v} \right)$$

$$a \cos \theta_i - (2 - a) \cos \theta_f = 0$$

$$a(\cos \theta_i + \cos \theta_f) - 2 \cos \theta_f = 0$$

$$a = \frac{2 \cos \theta_f}{\cos \theta_i + \cos \theta_f} = \left(1 + \frac{v_e}{v}\right) \quad (21)$$

Para el caso $v_e = v$, el ángulo de entrada de la trayectoria tiende a aproximarse a los 90 grados y la trayectoria de salida puede tomar cualquier dirección por arriba o por abajo del ángulo e igual al ángulo de entrada entonces $E = 0$, en cambio, cuando la sonda llega al infinito $v_e \rightarrow 0$, el ángulo de entrada y salida es 60 grados, de esta forma el satélite vuelve al punto de inicio (sistema aislado de otros campos gravitacionales). En la Figura 3, se observa el comportamiento del ángulo de entrada en función del ángulo de salida.

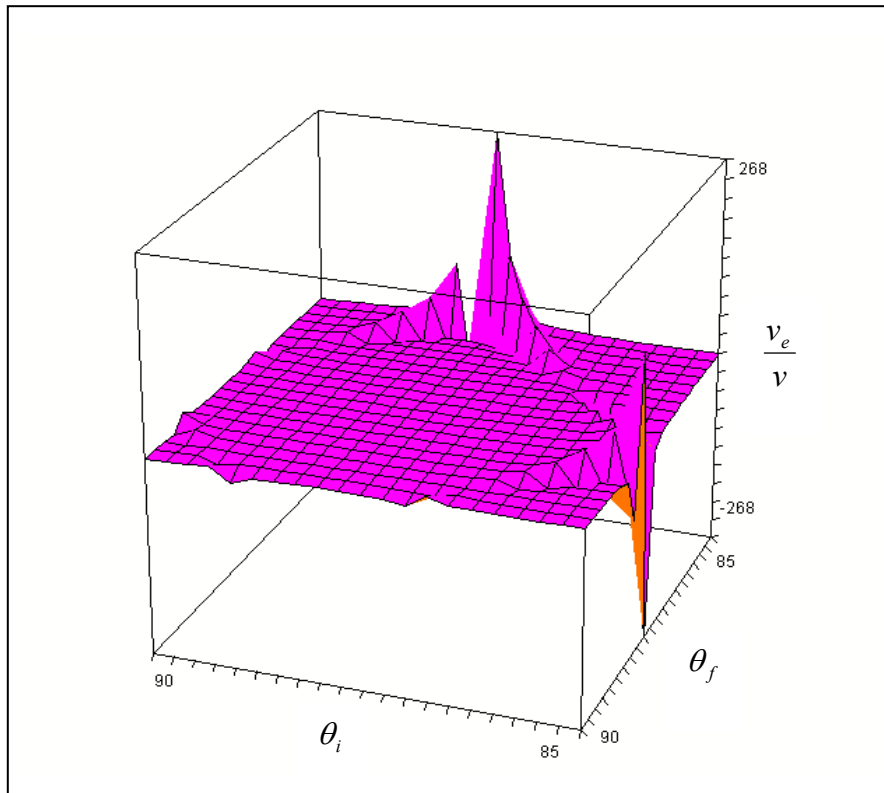


Figura 3. Factor de velocidad en función del ángulo de entrada y salida

De la figura 3, podemos concluir que cuando $\theta_i \rightarrow 90$ y $\theta_f \rightarrow 90$ se obtiene un valor de $v_e/v \rightarrow 0$ determinado por la ecuación 21. Un cambio de dirección muy bajo en el ángulo de salida entre 1 y 2 grados el valor del cociente de la velocidad crece poco y corresponde a la zona plana limitada por las áreas de picos. El cociente de velocidad toma valores positivos y negativos. Para este caso, las trayectorias son muy abiertas.

Por el contrario, si la diferencia entre el ángulo de salida y entrada difiere mas de 3 grados, las trayectorias tienden a ser cerradas e inestables. Este comportamiento se evidencia para cuerpos muy masivos.

Nuevamente, elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación 21, nos resulta la ecuación de energía en función de la trayectoria de **salida** de la sonda espacial:

$$1 + \frac{v_e^2}{v^2} = \left(\frac{2 \cos \theta_f}{\cos \theta_i + \cos \theta_f} \right)^2 - \frac{2v_e}{v} \quad (22)$$

$$\frac{2E}{mv^2} = \left(\frac{2 \cos \theta_f}{\cos \theta_i + \cos \theta_f} \right)^2 - \frac{2v_e}{v} \quad (23)$$

Retomando igual procedimiento para la ecuación 20, podemos determinar la ecuación de la energía en función del ángulo de **entrada** (aproximación):

$$\left(1 + \frac{v_e}{v} \right) \cos \theta_i - \left(1 - \frac{v_e}{v} \right) \cos \theta_f = 0$$

$$a = \left(1 - \frac{v_e}{v} \right)$$

$$1 + \frac{v_e^2}{v^2} = \left(\frac{2 \cos \theta_f}{\cos \theta_i + \cos \theta_f} \right)^2 + \frac{2v_e}{v}$$

$$\frac{2E}{mv^2} = \left(\frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + \cos \theta_f} \right)^2 + \frac{2v_e}{v} \quad (24)$$

Por la ecuación 24, cuando la sonda espacial se aproxima al planeta en dirección de su eje de simetría adquiere tanta energía cinética con un cociente angular resultante aproximado de 4 y una energía potencial con un factor de 2, mientras que por la ecuación 23, la energía total se ve disminuida por un factor de energía potencial, valor que va disminuyendo en la medida que nos alejamos del planeta. Nótese que en la medida, que la sonda se aproxime a gran velocidad $v = 2v_e$ el factor de energía potencial que se descuenta es menor y cada vez que se aleje se hace mas pequeño, mientras que, cuando se aproxima este factor de energía potencial se hace mas grande. **Es decir, es mayor la energía adicionada al sistema en corto tiempo que la que pierde para dicho período.**

2. DISCUSIÓN DE RESULTADO

Se logro formular el comportamiento del vuelo de la sonda espacial en función de las funciones angulares de entrada y salida, que forman las asintotas de la trayectoria hiperbólica de entrada y salida respectivamente para cada punto de ubicación $R+h$ del campo gravitacional del cuerpo masivo. De esta forma, se determino la fórmula de dicho comportamiento que corresponde a la fórmula empírica obtenida por los investigadores de la NASA (ecuación 16).

El cambio de velocidad de la sonda determinada por los investigadores obedece estrictamente al cambio de trayectoria de vuelo y al comportamiento energético entre la energía cinética y potencial una vez se aproxima y se aleja del planeta. Este cambio de trayectoria estaría enmarcado dentro de un rango de desviación angular aproximado de 1 a 3 grados que conformaría un cono de eyección de la sonda.

La formación del cono de eyección de la sonda obedece a la proporción entre la velocidad de escape calculada para cada punto $R+h$ y la velocidad de la sonda. A menores desviaciones angulares mayores velocidades de la sonda. Entonces es clave determinar a que altura optima debe pasar la sonda para adquirir el máximo de energía. En próximo estudio¹ miraríamos como es el comportamiento de la masa.

No se considero en este ensayo para simplificar la formulación, el efecto gravitacional que causa el Sol sobre la trayectoria de la sonda. Tampoco se considero la posición orbital y la dirección del movimiento de la sonda respecto al campo gravitacional del Sol. No se considero tampoco la distribución orbital de masa total del sistema solar respecto a la trayectoria de la sonda. Si, consideramos la oclusión del sistema solar en nuestra Galacia, deberíamos tener en cuenta la posición y el efecto gravitacional que genera en el espacio respecto al centro de masa y a las diferentes distribuciones de masa. De igual forma no se

¹ La energía como operador universal, indicaría un posible camino de ligadura entre las diferentes teorías físicas.

considero el movimiento de la Galaxia, el sistema solar y la sonda como un mecanismo del todo.

3. BIBLIOGRAFÍA

Slava G. Turyshev, y Otro,. The Pioneer Anomaly. ArXiv.org, 1001.3686,. Jan 2010.

Nieto, Michael Martín, y Otro,. Earth Flyby Anomalies. arXiv.org – 0910.132 – 7 Oct 2009.

Anderson John D,. y Otros,. Anomalous Orbital-Energy Changes Observed during Spacecraft Flybys of Earth,. Physical Review Letters, 091102 -2008.

Einstein, Albert,. The foundation of the general theory of relativity. Annals der physic, 1916

Ader, R, Bazon, M., Schiffer, M,. Introduction to general relativity, año 1965